



6.º ANO | 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO

Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em rápida mudança, impulsionado por inovações tecnológicas. O desenvolvimento da literacia matemática, que a OCDE define como a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e formular, empregar e interpretar a Matemática para resolver problemas numa variedade de contextos do mundo real, é crucial para que uma pessoa possa viver e atuar socialmente de

modo informado, contributivo, autônomo e responsável.

Neste contexto, a *universalidade* é um princípio essencial para a aprendizagem da Matemática que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, propondo abordagens adequadas às suas idades e, simultaneamente, desafiando o seu nível cognitivo, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que todos podem ser sujeitos de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspectiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

- Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autônomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
- **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos** (conceitos, procedimentos e métodos), dos domínios dos **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, Geometria e Medida**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de ter acesso a estes conhecimentos e reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades têm para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
- Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática e todos os alunos devem ter oportunidade de se tornarem, progressivamente, mais confiantes e eficazes a resolver problemas.
- Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
- Desenvolver a capacidade de **pensamento computacional**, forma de pensar que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a

abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.

- Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilharem e discutirem as suas ideias matemáticas, em processos de colocação e resposta a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
- Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, por forma a conseguirem diversificar as opções para sustentar o raciocínio e a comunicação matemática, e também a se apropriarem da informação a que podem ter acesso por canais, formatos e representações em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.
- Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos domínios da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em vários campos ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

O que aprender de Matemática?

Este documento curricular considera como conteúdos de aprendizagem um conjunto de **capacidades matemáticas e de conhecimentos matemáticos**, relativos a diversos domínios que se revelam essenciais como ferramentas para uma Matemática do século XXI.

Capacidades matemáticas

Resolução de problemas
Raciocínio matemático
Pensamento computacional
Comunicação matemática
Representações matemáticas
Conexões matemáticas

Conhecimentos matemáticos

Números – Quantidade
Álgebra – Variação e relações
Dados e Probabilidades – Dados e Incerteza
Geometria – Espaço e forma

As **capacidades matemáticas** são valorizadas em cada ano de escolaridade como um conteúdo de aprendizagem, assumindo objetivos específicos próprios que detalham os objetivos gerais focados relativamente a estas capacidades. No entanto, são também explicitamente referidas nos objetivos de aprendizagem dos domínios de conhecimento matemático, quando oferecem oportunidade de dar intencionalidade ou acrescentar profundidade e riqueza às aprendizagens dos alunos.

Os domínios de **conhecimento matemático** são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. Sobre cada um, o documento curricular foca a ênfase mais relevante a explorar:

Números: Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, relacionando-os com a forma como são usados no dia a dia, e usem o conhecimento dos números e das operações para resolver problemas matemáticos que envolvam **quantidade** em contextos diversos, em especial do mundo real. Destaca-se a importância do **cálculo mental**, bem como de saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados.

Álgebra: Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão da **variação** em situações diversas, sejam capazes de identificar **relações** matemáticas, de expressar a generalidade por representações adequadas e de usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões. Destaca-se a importância de desenvolver o **pensamento algébrico** desde o 1.º ciclo, com ênfase numa abordagem de aritmética generalizada.

Dados e Probabilidades: Importa que os alunos sejam capazes de usar **dados** para produzir informação para conhecer o que os rodeia, lidar com a **incerteza**, fundamentar decisões e colocar novas questões. É importante que os alunos tenham oportunidade de realizar regularmente o estudo de situações concretas reais de interesse, implicando-se na formulação de questões, recolha e análise de dados e divulgação de conclusões. Interessa igualmente que os alunos tenham oportunidade de conhecer e refletir sobre o que envolve o trabalho com dados nos seus múltiplos aspetos, sem necessidade de recolher os próprios dados, e analisar criticamente estudos realizados por outros e divulgados nos *media*. Destaca-se a valorização do desenvolvimento da **literacia estatística** e do **raciocínio probabilístico** desde os primeiros anos.

Geometria: Importa que os alunos desenvolvam o **raciocínio espacial**, com ênfase na visualização e na orientação espacial, essenciais para a compreensão do **espaço** em que se movem, e conheçam e operem com figuras no plano e no espaço, estabelecendo relações espaciais e reconhecendo a sua relevância na criação e construção de objetos de contextos diversos. Os alunos devem também poder comparar, estimar e determinar medidas em vários contextos e, relativamente ao dinheiro, abordar a literacia financeira.

Reforçando a articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, este documento curricular elege algumas **capacidades e atitudes transversais** que mais diretamente se relacionam com a Matemática. Elas contribuem para uma educação matemática mais articulada com a educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. Estas capacidades e atitudes transversais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, em todos os domínios de conteúdo.

Capacidades transversais

Pensamento crítico
Criatividade
Colaboração
Autorregulação

Atitudes transversais

Autoconfiança
Perseverança
Autonomia
Valorização do papel da Matemática

Como aprender Matemática?

Os alunos aprendem Matemática fundamentalmente a partir das oportunidades que os professores lhes proporcionam. Este documento curricular valoriza um conjunto de orientações metodológicas, a explorar pelos professores, que favorecem o alcançar dos objetivos de aprendizagem pelos alunos:

- **Papel do aluno:** Implicar os alunos no processo de aprendizagem, segundo uma abordagem dialógica, é fundamental na promoção do sucesso em Matemática. Proporcionar o exercício da sua agência e autonomia é essencial para a autorregulação da capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula:** É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes transversais, que devem estar presentes na abordagem e exploração de cada tarefa, em qualquer área de conteúdo.
- **Tarefas:** A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Este documento curricular preconiza o uso de tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, e destaca as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a vida real, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Articulação de conteúdos:** Este documento curricular destaca a importância de mobilizar, sempre que oportuno, conhecimentos de diferentes domínios na abordagem de uma mesma situação/tarefa. Esta estratégia permite rentabilizar as explorações matemáticas associadas a uma situação/tarefa, e dar relevo às conexões internas da Matemática. Só assim, o aluno pode desenvolver uma visão integrada, e não compartimentada, do saber e da sua relação com o mundo em que vive.
- **Modos de trabalho:** As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos

de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma independente do professor, individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

- **Recursos/tecnologia:** A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um carácter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma significativa para as aprendizagens dos alunos;
- o foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, estabelece de forma inequívoca o que é realmente importante saber, correndo-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito.

Não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, pelo que importa diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de

resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística.

Para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de **autorregulação**.

Como é que este documento apoia o trabalho do professor que ensina Matemática?

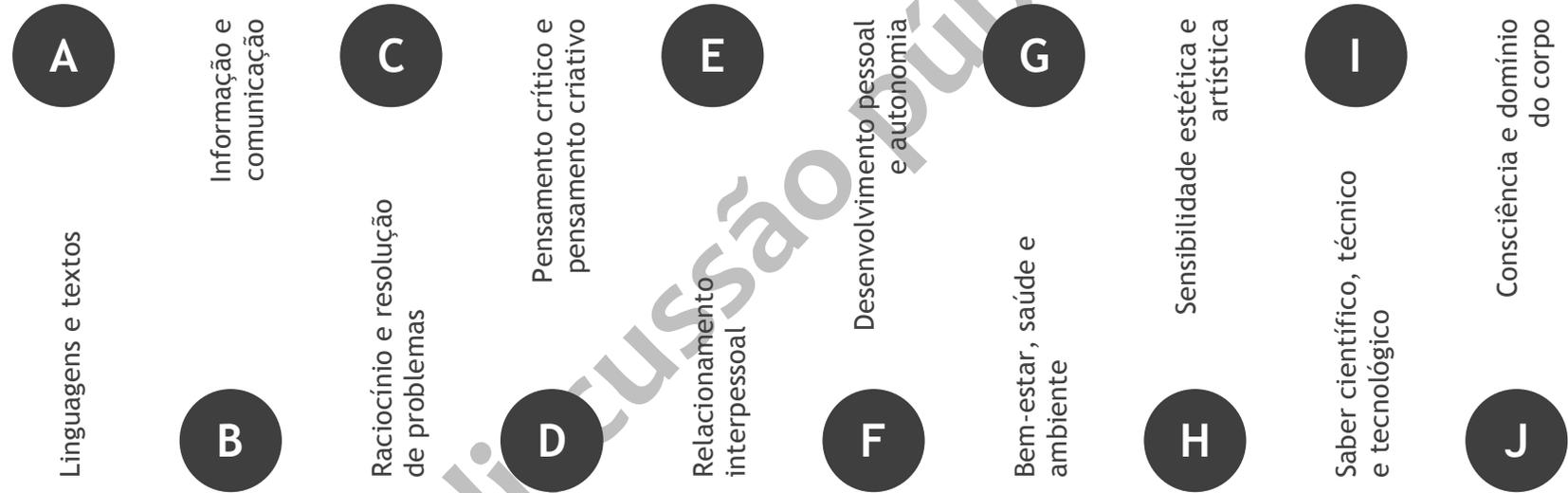
O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos. O trabalho que realiza vai necessariamente determinar o que aprendem e como aprendem, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato das *Aprendizagens Essenciais*, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

1. **Temas e tópicos matemáticos:** Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial;
2. **Objetivos de aprendizagem – conhecimentos, capacidades e atitudes:** Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico matemático, incidindo nos conhecimentos e nas capacidades matemáticas definidos neste documento curricular;
3. **Ações estratégicas de ensino do professor:** Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conteúdos matemáticos e também às capacidades e atitudes transversais ancoradas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas a que diz respeito;
4. **Áreas de competências do Perfil dos Alunos:** Indica as áreas de competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos seus contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula.

ÁREAS DE
COMPETÊNCIAS
DO PERFIL DOS
ALUNOS (ACPA)



Versão discutida publicamente

OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</p> <p>Resolução de problemas</p> <p>Processo</p> <p>Estratégias</p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p> <p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes.</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p> <p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

		representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	
Raciocínio matemático			A, C, D, E, F, I
Conjeturar e generalizar	Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjeturar, generalizar e justificar [Exemplo: Chamam-se números em escada aos números que podem ser escritos como a soma de números naturais consecutivos. Por exemplo: $5 = 2+3$ e $12 = 3+4+5$. Que números podem ser escritos como uma soma de dois números consecutivos? Quais podem ser expressos como uma soma de três números consecutivos? Justifica as tuas respostas. Descobriste números que não sejam em escada? Descobre outros aspetos relacionados com estes números]. Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.	
Classificar	Classificar objetos atendendo às suas características.	Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas.	
Justificar	Distinguir entre testar e validar uma conjetura. Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica. Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjetura/generalização.	Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjetura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico. Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas	

Pensamento computacional		diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos. Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.	C, D, E, F, I
Abstração	Extrair a informação essencial de uma tarefa de modo a reduzir a sua complexidade e facilitar a estruturação da sua resolução.	Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante em detrimento de detalhes desnecessários e identificando princípios que possam ser aplicados noutros problemas similares.	
Reconhecimento de padrões	Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.	Incentivar a identificação de padrões durante a resolução de problemas, solicitando que os alunos os descrevam e realizem previsões com base nos padrões identificados.	
Algoritmia	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema dado, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos.	
Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.	

Comunicação matemática**Expressão de ideias**

Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.

Discussão de ideias

Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.

Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.

Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.

Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que o aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?], favorecendo a autorregulação dos alunos.

Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.

A, C, E, F

Representações matemáticas**Representações múltiplas**

Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.

Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.

Conexões entre representações

Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.

Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.

Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.

Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes [Exemplos: Valorizar o papel dos diagramas para evidenciar as relações e estrutura matemática de um problema; Valorizar as tabelas para organizar e sistematizar casos particulares em busca de uma regularidade], valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia.

Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].

Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência de n^2 apela à compreensão do crescimento de uma

A, C, D, E, F, I

Linguagem
simbólica
matemática

Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão

Conexões
matemáticas

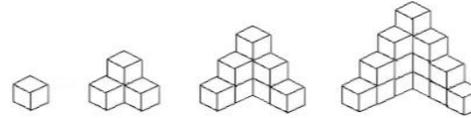
Conexões
internas

Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.

Conexões
externas

Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).

potência de base e expoente naturais e à capacidade de visualização espacial].



Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática.

Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica.

Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as conexões [Exemplo: No exemplo acima, evidenciar as conexões internas pela explicitação das relações entre os números e os quadrados].

Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Alunos que façam dança, poderão ver interesse em marcar o chão, para definir posições de referência dos bailarinos em determinadas coreografias, resultando as marcações como um modelo matemático].

Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.

C, D, E, F, H

<p>Modelos matemáticos</p>	<p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: Existem máquinas de recolha de garrafas de plástico que convertem o valor que atribuem aos depósitos, em doações a instituições de solidariedade social ou sem fins lucrativos. Estudar a quantidade de garrafas necessárias para perfazer um dado montante, tendo em conta os valores reais que a máquina atribui a garrafas com diferentes capacidades].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros. [Exemplo: Convidar os alunos a observar fachadas de edifícios comuns, identificar como a Matemática foi usada nessa construção, e incentivá-los a propor novas fachadas renovadas].</p>	
----------------------------	---	---	--

Versão discussão pública

OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>NÚMEROS</p> <p>Números naturais</p> <p>Regularidades com potências</p> <p>Multiplicação e divisão de potências</p> <p>Decomposição em fatores primos</p>	<p>Formular conjecturas a partir da identificação de regularidades no algarismo das unidades de potências de base e expoente natural e averiguar sobre a sua veracidade.</p> <p>Reconhecer e aplicar as regras da multiplicação e da divisão de potências.</p> <p>Representar números naturais como produto de fatores primos e reconhecer que essa decomposição é única.</p>	<p>Desafiar os alunos na procura de regularidades nos algarismos das potências de base 2, 3, 4, 5, 6..., com recurso à tecnologia [Exemplo: folha de cálculo ou fator constante da calculadora], promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.</p> <p>Propor que os alunos a completem igualdades numéricas e justifiquem as suas opções através da utilização das regras operatórias de potências [Exemplos: $__ \times 10^3 = 25 \times 10^4$ $__ : 8^3 = 8$].</p> <p>Promover a utilização de métodos organizados de decomposição de um número em fatores, com o auxílio de escrita em árvore ou por divisões sucessivas, para obter um produto de fatores primos, favorecendo a compreensão da utilização dos fatores primos na decomposição de números. Selecionar números que favoreçam o cálculo mental (até 100 ou números considerados de referência para o cálculo mental).</p> <p>Propor a recolha de informação sobre a utilização de números primos na criptografia, reconhecendo o poder da tecnologia e da Matemática na proteção de dados da vida quotidiana, evidenciando a utilidade da Matemática na construção do mundo que nos rodeia.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum

Calcular o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum de dois números recorrendo aos conjuntos dos seus múltiplos e divisores e à decomposição em fatores primos.

Reconhecer o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum de dois números, quando um deles é múltiplo do outro, ou quando um deles é um número primo.

Selecionar e justificar o método mais eficiente para identificação do máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum de um determinado par de números, atendendo às características dos números, comparando criticamente diferentes estratégias de resolução.

Resolver problemas em que seja relevante o recurso ao cálculo de mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum, em diversos contextos.

Frações e decimais

Frações irredutíveis

Determinar a fração irredutível equivalente a uma fração dada

Adição e subtração de frações

Adicionar e subtrair frações, reduzindo ao mesmo denominador.

Adicionar frações, recorrendo ao uso das propriedades da adição de forma a agilizar o cálculo, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Propor pares de números que proporcionem a tomada de decisões sobre o método mais adequado para o cálculo do mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum [Exemplo: Antes de escolheres um método de resolução, és capaz de antecipar o m.m.c.(30,6) e m.d.c.(15,7)?]

Sensibilizar os alunos para que o cálculo do mínimo múltiplo comum a partir dos conjuntos dos múltiplos deve incidir nos números menores ou iguais ao produto dos dois números.

Propor problemas que permitam o planeamento de atividades, no sentido de evidenciar a utilização do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum e estabelecer conexões internas à Matemática [Exemplo: Como é possível dividir uma folha retangular, 420mm x 120mm, em quadrados iguais com o maior lado possível e medida inteira, em milímetros, sem desperdiçar papel? Determinar o comprimento do lado dos quadrados, em centímetros, e o número de quadrados que se consegue obter].

Apresentar situações em que os alunos tirem partido das propriedades da adição, para apoiar o desenvolvimento da fluência do cálculo com frações [Exemplo: Calcula $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$ sem reduzir ao mesmo denominador].

A, C, D, E, F

Multiplicação de frações

Multiplicar frações e representar geometricamente o resultado em situações simples.

Reconhecer que dois números são inversos um do outro, quando o seu produto é 1.

Multiplicar frações, tirando partido das propriedades da multiplicação de forma a agilizar o cálculo, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Propor a resolução de problemas, a pares, para dar significado ao algoritmo da multiplicação, através da utilização do modelo quadriculado, estabelecendo conexões internas à Matemática [Exemplo: Representa geometricamente $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$, num quadrado de lado 10].

Discutir com a turma os processos utilizados pelos pares, como por exemplo sombrear primeiro $\frac{1}{5}$ e dessa parte, sombrear $\frac{1}{2}$.

Proporcionar oportunidades para evidenciar a vantagem da aplicação das propriedades da multiplicação na simplificação e agilização do cálculo, solicitando aos alunos a apresentação e justificação das estratégias utilizadas [Exemplo: Calcula mentalmente o valor de $\frac{5}{2} \times \frac{4}{3} \times 6 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$].

Divisão de frações

Dividir frações com recurso ao algoritmo.

Propor a resolução de vários problemas, em grupo, envolvendo contextos familiares, para apoiar a compreensão sobre a divisão quando estão envolvidas frações, começando por divisões em que o divisor ou o dividendo seja um número natural [Exemplo A: Se quisermos dividir 5 litros de água por garrafas de $\frac{1}{4}$ de litro, quantas garrafas enchemos? Representa a resolução através de esquemas e expressões numéricas; Exemplo B: Se distribuirmos a água de uma garrafa de $\frac{1}{2}$ l por 2 copos, que quantidade de água fica em cada copo? Representa a resolução através de esquemas e expressões numéricas]. Em conjunto com a turma, discutir e analisar as expressões numéricas resultantes, contribuindo para a compreensão de que a divisão por um número corresponde à multiplicação pelo inverso desse número.

Potências do tipo $(a/b)^n$

Interpretar e modelar situações envolvendo potências do tipo $(a/b)^n$ e calcular o seu valor.

Resolver problemas que envolvam a aplicação das propriedades e relações entre as operações estudadas com números naturais,

Propor problemas que envolvam a multiplicação sucessiva da mesma fração, em contextos que favoreçam o significado das potências de base fracionária, promovendo a transição entre diferentes representações [Exemplo: Desenha um quadrado de lado 32 numa folha quadriculada. Divide o quadrado ao meio e pinta metade. Que fração do quadrado é o retângulo que pintaste? Agora, na metade por pintar, pinta metade; que fração do quadrado é o último retângulo que

<p>Expressões numéricas</p> <p>Cálculo do valor de expressões numéricas</p>	<p>frações e decimais em diversos contextos.</p> <p>Decidir da razoabilidade de um resultado obtido por diversos processos (algoritmo e cálculo mental).</p> <p>Usar expressões numéricas para representar uma dada situação e vice-versa.</p> <p>Calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações e potências, reconhecendo a importância do uso dos parênteses e o significado da prioridade das operações.</p> <p>Mobilizar as propriedades das operações.</p> <p>Analisar, comparar e ajuizar da simplicidade e eficácia de estratégias realizadas por si e por outros, apresentando e explicando raciocínios.</p>	<p>pintaste? Repete o processo mais duas vezes. Se continuasses até à 10.^a repetição, que fração do quadrado seria o último retângulo que pintasses? Tomando para unidade de área a área de uma quadrícula, qual seria a área desse retângulo?].</p> <p>Propor o cálculo ou a criação de expressões numéricas com números naturais, envolvendo as operações estudadas para enfatizar o uso dos parênteses e a prioridade das operações, aliando o cálculo mental, em contexto de resolução de problemas ou não [Exemplo: Vamos jogar. Lança um dado duas vezes e regista o número que tem nas unidades e nas dezenas os números agora sorteados (se sair 6 e 2, regista o 62); lança o dado mais cinco vezes e regista os números. Encontra expressões numéricas envolvendo os cinco números cujo resultado seja o primeiro número obtido (por exemplo, usar 1, 2, 4, 4, 5 para chegar 62)].</p>	<p>C, D, F</p>
---	---	---	----------------

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>ÁLGEBRA</p> <p>Regularidades em sequências</p> <p>Leis de formação</p> <p>Relações numéricas e algébricas</p>	<p>Reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica decrescente ou entre termos e as respetivas ordens, e formular conjecturas quanto a leis de formação das sequências.</p> <p>Identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma sequência decrescente dada.</p> <p>Criar, completar e continuar sequências dadas de acordo com uma lei de formação e verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando.</p> <p>Resolver problemas que envolvam regularidades e comparar criticamente diferentes estratégias da resolução.</p> <p>Fazer uso das propriedades das operações e completar equivalências algébricas ou igualdade aritméticas, envolvendo quaisquer das operações com frações e números naturais.</p>	<p>Propor o estudo de sequências decrescentes, promovendo a comparação de potências e de frações. [Exemplo: Encontra a lei de formação das seguintes sequências:</p> <p>(A) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{36}, \frac{1}{72}, \frac{1}{216}$ (C) $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}, \frac{2}{243}$].</p> <p>Propor problemas que envolvam uma sequência numérica crescente e uma sequência numérica decrescente e que simultaneamente promovam o desenvolvimento do pensamento computacional, fazendo uso da folha de cálculo [Exemplo: O Xavier e a Ana vão passear os cães dos vizinhos, nas férias, durante 7 semanas. O Xavier recebe a totalidade do pagamento, 75 euros, na primeira semana. A Ana recebe semanalmente, na primeira semana recebe 1 euro e nas semanas seguintes vai duplicando o valor da semana anterior. a) Em tua opinião qual dos primos terá a melhor solução de pagamento? Usa a folha de cálculo ou a organização em tabelas para testar a tua opinião, justificando-a. b) Se o Xavier gastar todas as semanas 1,5 € desse dinheiro em que semana a Ana tem mais dinheiro que o primo?].</p> <p>Promover o reconhecimento das propriedades das operações pelo completar de igualdades aritméticas ou de expressões algébricas. [Exemplo: Completa (A) $\frac{1}{7}(7 + _) = (\frac{1}{7} \times _) + (\frac{1}{7} \times 3) = _ + \frac{3}{7}$; (B) $\frac{35}{10} = \frac{_ \times 5}{2 \times _} = \frac{_}{2}$; (C) $(5^3)^2 = (5 \times 5 \times 5) \times (_ \times _ \times _) = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (_ \times _) = (\)^3$].</p>	<p>A, C, D, F, G</p>

<p>Expressões algébricas com duas letras</p>	<p>Expressões algébricas com duas letras</p> <p>Exprimir em linguagem simbólica relações e propriedades simples descritas em linguagem natural e reciprocamente, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada.</p> <p>Determinar o valor de uma expressão algébrica quando se atribui valores numéricos às letras.</p>	<p>Propor a escrita de expressões que relacionem duas variáveis em contextos que favoreçam a atribuição de significado às letras. Solicitar o valor de um parâmetro ou variável de forma a satisfazer certas condições [Exemplo: A área de um retângulo é 36. Constrói uma tabela e regista as medidas de vários retângulos que satisfaçam esta condição, bem como os seus perímetros. Encontra uma expressão que relacione a área dos retângulos com as medidas dos lados e faz o mesmo para o perímetro. Quantos retângulos diferentes de medidas inteiras encontraste? O que podes dizer sobre os seus perímetros?].</p>	<p>A, C, D, F, G</p>
<p>Proporcionalidade direta</p> <p>Relação de proporcionalidade direta</p>	<p>Reconhecer a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta e distinguir relações de proporcionalidade direta daquelas que não o são.</p>	<p>Proporcionar a discussão e análise de contextos relevantes que envolvam a noção de razão e proporcionem comparações, de modo a promover a compreensão sobre o seu significado e evidenciar a relevância da Matemática para o espírito crítico na interpretação de situações da realidade [Exemplo A: Em 2019, havia em Portugal 507 646 habitantes que tinham entre 10 e 14 anos, num total de 10 286 263. Compara com o que acontecia no teu município nesse ano (podes consultar o site PorData). Exemplo B: A população mundial é de 7,7 biliões. Em cada 10 pessoas, 3 não têm acesso a água potável. Quantas pessoas vivem nestas condições? Exemplo C: 1 em 4 raparigas entre os 15 e os 19 anos não estuda nem trabalha, sendo que para os rapazes a razão é de 1 para 10. O que nos dizem estes dados relativamente à igualdade de oportunidades entre rapazes e rapariga?].</p>	
<p>Razão, proporção e constante de proporcionalidade</p>	<p>Explicar, por palavras suas, o significado da constante de proporcionalidade, razão e proporção no contexto de um problema.</p> <p>Determinar uma quantidade, dada uma outra que lhe é proporcional e conhecida a razão de proporcionalidade.</p> <p>Usar o raciocínio proporcional em situações representadas na forma de texto, tabelas ou</p>	<p>Proporcionar a análise de situações em que a razão toma forma de fração de denominador 100, favorecendo o desenvolvimento da ideia de "por cento" [Exemplo: Se houvesse 100 pessoas no mundo, distribuídas da forma representativa, quantas viveriam em cada continente? Quantas saberiam ler e escrever? E quantas seriam homens ou mulheres? E em Portugal, se fôssemos 100, como responderíamos a estas perguntas?].</p> <p>Propor a análise de problemas pseudoproporcionais promovendo o sentido crítico dos alunos, através da discussão dos dados do problema</p>	

gráficos, transitando de forma fluente entre diferentes representações.

Interpretar e modelar situações de proporcionalidade direta e resolver problemas associados.

[Exemplo A: Uma máquina de lavar roupa leva 30 min a lavar duas camisas. Quanto tempo leva a lavar 6 camisas? ; Exemplo B: Vitor e Ana correm numa pista circular à mesma velocidade. Quando a Ana concluiu 2 voltas, o Vitor concluiu 10. Quando a Ana tiver concluído 6 voltas, quantas terá concluído o Vitor?].

Promover a flexibilidade de abordagens à resolução de problemas, quer relacionando valores da mesma grandeza, quer valores correspondentes de duas grandezas proporcionais, valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos [Exemplos: O Luís e a Rosa têm duas receitas de batido de morangos. O Luís põe 4 morangos em 20 cl de leite e a Rosa põe 10 morangos em 50 cl de leite. Em qual das receitas o sabor a morango é mais forte? (problema de comparação); Um carro percorre 50 km em 30 min, em quanto tempo percorre 125 km, se andar à mesma velocidade? (problema de valor omissão)].

Versão discussão

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>DADOS</p> <p>Planeamento de um estudo</p> <p>Questões estatísticas sobre características quantitativas contínuas</p> <p>Fontes primárias e secundárias de dados</p>	<p>Formular questões do seu interesse, sobre características quantitativas contínuas.</p> <p>Definir quais os dados a recolher num estudo e onde devem ser recolhidos.</p>	<p>Suscitar questionamentos concretos por parte dos alunos sobre assuntos do seu interesse que façam emergir questões estatísticas sobre características qualitativas e quantitativas contínuas, nomeadamente características que resultem da medição de grandezas [Exemplo: Quantos quilos de lixo são produzidos, em média, por pessoa? (dados a recolher no Pordata Kids)].</p> <p>Valorizar questões sobre assuntos relacionados com temas que vão ao encontro dos interesses dos alunos, integrados com domínios de saber do currículo do 6.º ano, nomeadamente estabelecendo conexões com questões ambientais e o bem-estar, evidenciando importância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber e também inspirar a curiosidade e incitar à descoberta [Exemplo: A turma gostaria de sugerir alterações na ementa da cantina da escola, de modo a agradar mais aos alunos, em equilíbrio com a qualidade nutricional das refeições e evitando o desperdício alimentar. Durante duas semanas, vão registar o peso da comida que é deixada nos pratos e relacionar com a ementa]. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s) do plano de estudos dos alunos, poder-se-á considerar um trabalho de projeto ou no âmbito de um domínio de autonomia curricular.</p>	<p>A, B, C, D, E, F, I</p>

Métodos de recolha dos dados	Participar criticamente na seleção do método de recolha de dados num estudo, identificando como observar ou inquirir e como responder.	Proporcionar que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem para a produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos. Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obtenção dos dados.	B, C, D, E, F
Recolha e organização de dados			
Recolha de dados	Recolher dados a partir de fontes primárias ou secundárias (dados contínuos agrupados em classes e não agrupados/listas), através de um dado método de recolha.	Discutir, com toda a turma, como organizar o registo dos dados para responder a uma dada questão. Por exemplo, inquirir sobre as consequências de contabilizar os dados em cada classe, sem registo do seu valor original.	
Organização dos dados	Reconhecer que os dados contínuos envolvem grande variedade de números levando à necessidade de agrupar os dados em classes.	Incentivar os alunos a anteciparem como seria uma tabela de frequências ou um gráfico relativo à altura dos alunos da turma, medida com aproximação ao centímetro, de modo a sensibilizar os alunos para a importância do agrupamento dos dados em classes e promover o sentido crítico dos alunos.	
Classes	Construir classes de igual amplitude, sem recorrer a regras formais.	Orientar os alunos na construção de classes de igual amplitude sugerindo poucas classes (máximo, 5 a 6 classes) e escolher “valores redondos” que incluam os dados, avaliando a sua razoabilidade. Estabelecer a regra de que o valor à esquerda da classe está incluído nela e que o valor à direita se exclui.	
Tabela de frequências organizadas em classes	Usar tabelas de frequências absolutas, relativas e acumuladas para registar os dados relativos a cada uma das classes e usar legenda na tabela.	Propor que os alunos construam tabelas com dados recolhidos por si ou completem tabelas com dados fornecidos e que promovam o relacionamento entre as diferentes frequências [Exemplo: Os alunos de uma turma fizeram uma estimativa do comprimento do corredor da sua escola, tendo organizado os dados numa tabela que se encontra incompleta: a) Descobre e completa a tabela com os valores em falta.	

Classes	Frequências absolutas	Frequências absolutas acumuladas	Frequências relativas	Frequências relativas acumuladas
10-20	2			
20-30		11		
30-40	15			
40-50		28		

b) Sabendo que o corredor mede 29 metros, o que podes dizer sobre as estimativas da turma?].

Limpeza de dados

Limpar dados recolhidos de gralhas detetadas e eliminá-las ou corrigi-las.

Observar o conjunto de dados recolhidos e verificar se existem dados inesperados que possam ser gralhas. Em caso afirmativo e se possível, voltar a recolher/registar o dado, caso contrário excluir o dado ou interrogar a sua plausibilidade.

Representações gráficas

Diagramas de caule-e-folhas duplos/paralelos

Representar dados através de diagramas de caule-e-folhas duplos/paralelos, incluindo fonte, título e legendas.

Promover a comparação entre dois conjuntos de dados através de diagramas de caule-e-folhas duplos/paralelos e evidenciar a vantagem de representações práticas que transmitam de forma mais eficiente a informação contida nos dados.

Reconhecer a utilidade dos diagramas de caule-e-folhas duplos/paralelos para a comparação de dois conjuntos de dados sobre a mesma característica.

Histogramas

Representar dados através de histogramas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas.

Orientar os alunos para a compreensão das diferentes representações gráficas e para o paralelismo entre os gráficos de caule-e-folhas simples e os histogramas [Exemplo: Com certeza sabes que transportar demasiado peso faz mal à saúde e pode causar problemas à tua estrutura óssea, em especial à coluna vertebral. Um estudo publicado pela DECO refere mesmo que um ser humano não deve carregar mais do que 10% do próprio peso. Será que a tua mochila tem um peso adequado para ti? E o que acontece com a generalidade das mochilas dos alunos da tua turma?]. Realizar a pesagem das mochilas e propor a organização e representação dos dados num diagrama de caule-e-

Decidir criticamente sobre qual(is) as representações gráficas a adotar e justificar a(s) escolha(s).

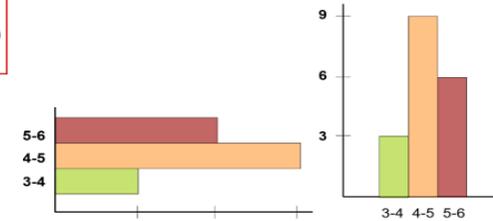
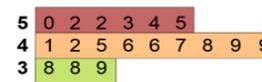
A, B, C,
D, E, F, G

Análise crítica de gráficos

Analisar e comparar diferentes representações gráficas, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

folhas, como sugere a imagem. Destacar que o contorno das folhas se assemelha a uma barra e que, ao abstrair-nos dos valores nela constantes, obtemos uma nova representação gráfica - o histograma - que evidencia a comparação entre as frequências absolutas das classes.

5	0	2	2	3	4	5			
4	1	2	5	6	6	7	8	9	9
3	8	8	9						



Explorar, com toda a turma, a forma como os dados estão distribuídos e a possível presença de valores atípicos, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas [Exemplo: O que fazer se alguns alunos trouxerem para a escola um saco de desporto além da mochila com os livros, cadernos e material de escrita?].

Explorar outras representações gráficas inovadoras que melhor consigam “contar”, de forma honesta, a história por detrás dos dados, incluindo sempre a fonte, o título e a legenda, valorizando a criatividade dos alunos e o espírito de iniciativa e autonomia.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o seu sentido crítico.

Versão digital

Análise de dados**Resumo dos dados**

Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.

Conduzir os alunos para a necessidade de resumir os dados de modo a que se possam tirar conclusões e ter opiniões informadas, tendo em atenção a natureza dos dados e a informação que cada medida fornece sobre os mesmos [Exemplo: Tendo em conta os resultados do estudo sobre o peso das mochilas que revela que uma parte significativa dos alunos carrega um peso excessivo, selecionar as medidas que melhor caracterizam os dados para incluí-las numa carta à direção da escola, argumentando a necessidade de adquirir cacifos para os alunos].

Classe modal

Reconhecer a classe modal como a classe que apresenta maior frequência e identificá-la.

Evidenciar o interesse da classe modal em situações em que os dados já se encontram organizados em classes e não conhecemos os dados recolhidos [Exemplo: Os alunos de uma turma realizaram uma pesquisa relativa à altura das árvores, em metros, de um parque no seu concelho e encontraram a seguinte tabela. Qual a classe modal e o que significa?]

classes	frequência absoluta
0 a 5	0
5 a 10	11
10 a 15	26
15 a 20	8

Interpretação e conclusão

Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes.

Suscitar o sentido crítico sobre a interpretação das representações gráficas, no que diz respeito à forma como os dados estão distribuídos e à identificação de valores atípicos.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

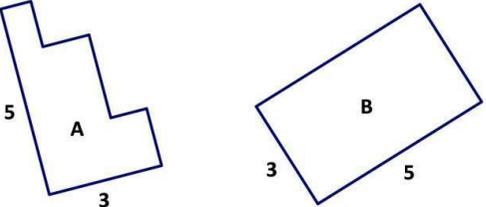
C, D

Comunicação e divulgação do estudo			A, B, E, F, H, I
Apresentações orais	Decidir a quem divulgar os estudos realizados. Elaborar recursos de comunicação de modo a divulgar o estudo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.	Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade. Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou alargando a outros espaços da escola/agrupamento, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática.	
Relatórios	Divulgar o estudo com recurso a um relatório, contando a história que está por detrás dos dados, e questões emergentes para estudos futuros, comunicando de forma fluente e utilizando diferentes tipos de recursos.	Discutir e estabelecer, com toda a turma, uma estrutura para o recurso de divulgação do estudo e alertando para os cuidados a ter para garantir uma comunicação eficaz, promovendo o espírito de síntese e de rigor [Exemplo: Escrita de breves relatórios organizados a partir de tópicos discutidos na turma]. Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada.	
Posters digitais Infográficos digitais	Elaborar infográficos digitais de modo a divulgar o estudo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora. Comunicar os resultados, contando a história que está por detrás dos dados, e questões emergentes para estudos futuros.	Reservar momentos de trabalho na sala de aula para o desenvolvimento e acompanhamento, em grupo, do estudo estatístico. Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um documento de apoio, podendo ser articulado com a disciplina de TIC [Exemplo: Elaboração de um poster digital, criação de um infográfico digital]. Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada.	

Probabilidades Probabilidade de acontecimentos equiprováveis	Identificar situações aleatórias em que seja razoável admitir ou não a existência de resultados com igual possibilidade de se verificarem. Reconhecer que as probabilidades de acontecimentos que tenham igual possibilidade de se verificarem são iguais.	Propor a análise e discussão de situações simples em que seja fácil identificar se os conhecimentos são ou não equiprováveis, de modo a promover a compreensão do conceito e incentivar o sentido crítico dos alunos [Exemplos: No lançamento de uma moeda, haverá alguma face que seja mais provável de sair? E no lançamento de um dado? Será que essa probabilidade muda consoante a pessoa que lança o dado? Se deixarmos cair uma fatia de pão com manteiga, será que sabemos dizer se a probabilidade de o lado barrado cair voltado para o chão é igual à probabilidade de o lado por barrar cair voltado para o chão? E se for um pionés, será igualmente provável que o bico fique voltado para cima ou para baixo? Como poderemos saber?]. Nota: O tema acontecimento é aqui usado de forma informal sendo a sua formalização feita no 8.º ano.	C, D, E
---	---	--	---------

Versão discussão

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p>GEOMETRIA</p> <p>Polígonos</p> <p>Polígonos côncavos e convexos</p> <p>Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo</p> <p>Polígonos regulares e irregulares</p> <p>Perímetro</p>	<p>Reconhecer polígonos côncavos e convexos</p> <p>Reconhecer a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo através da identificação de regularidades, conjecturando a relação com recurso a um AGD.</p> <p>Resolver problemas que incluam ângulos de polígonos, estabelecendo relações entre eles.</p> <p>Distinguir polígonos regulares de irregulares e determinar perímetros.</p>	<p>Propor a análise de um conjunto diverso de figuras planas e descobrir em quais é que é possível traçar segmentos unindo pontos interiores da figura de modo que o segmento traçado fique parcialmente no exterior da figura, conduzindo os alunos à descoberta da concavidade e convexidade das figuras planas. Promover a discussão com toda a turma, valorizando a apresentação de argumentos.</p> <p>Guiar os alunos a justificar a conjectura formulada sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo e comunicar o seu raciocínio [Exemplo: Recorrer à decomposição de um triângulo e sua recomposição numa figura em que os três ângulos originais formam um ângulo raso].</p> <p>Propor a programação, a pares, de um percurso em forma de triângulo ou retângulo (com robôs ou Scratch) e relacionar com os ângulos externos e a soma das suas amplitudes, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.</p> <p>Propor problemas de determinação de perímetro que mobilizem o estabelecimento de relações entre figuras [Exemplo: Determina os perímetros das figuras A e B e justifica a sua igualdade, sabendo que em ambas as figuras todos os ângulos são retos</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

			
<p>Círculo</p> <p>Perímetro e área</p>	<p>Reconhecer círculos e circunferências.</p> <p>Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por π a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com outras áreas da Matemática.</p> <p>Resolver problemas que envolvam a determinação do perímetro e da área do círculo, em diversos contextos.</p>	<p>Promover a determinação experimental do π, a pares, com recurso a material manipulável [Exemplo: Medir o perímetro da base de objetos cilíndricos (com a ajuda de um fio) e relacionar com o diâmetro], ou com recurso a um AGD.</p>	<p>C, D, E, I</p>
<p>Volumes</p> <p>Volume do paralelepípedo</p>	<p>Generalizar a expressão do volume do paralelepípedo relacionando com a contagem estruturada do número de cubos unitários existentes num paralelepípedo.</p>	<p>Incentivar a realização de experiências, em trabalho de grupo, de estimação e determinação do volume de um paralelepípedo, recorrendo a <i>applets</i> ou material manipulável.</p>	<p>C, D, E, H, I</p>

Versão discussão pública

Volume do cubo

Conhecer a expressão do volume do cubo e justificar atendendo à relação com o paralelepípedo.

Conduzir os alunos à dedução da expressão do volume do cubo tomando-o como caso particular do paralelepípedo. Recorrer a um exemplo de separação entre paralelepípedos e outros prismas para recordar que um cubo é um caso particular do paralelepípedo, pelo que se aplica a mesma expressão de cálculo do volume [Exemplo: Apresentar, a cada grupo de alunos, um conjunto de prismas que incluam paralelepípedos retângulos e cubos. Pedir aos alunos para organizarem os sólidos em dois grupos e justificarem a organização].

Discutir com toda a turma as classificações feitas, valorizando a capacidade de negociar e de aceitar diferentes pontos de vista.

Volume do cilindro

Conhecer a expressão do volume para o cilindro.

Interpretar e modelar situações que envolvam volumes de paralelepípedos e cilindros ou sólidos decomponíveis em paralelepípedos e cilindros, e resolver problemas associados, utilizando o metro cúbico e o centímetro cúbico como unidades de medida.

Evidenciar a analogia entre a expressão do volume do paralelepípedo e a expressão do volume do cilindro [Exemplo: Construir paralelepípedos e cilindros em AGD e investigar o volume quando se faz variar as suas alturas].

Proporcionar a análise de objetos artísticos, estabelecendo conexões com a arte e valorizando a dimensão estética da geometria [Exemplo: Investigar a obra Colunata, de Rui Sanches (2004), e discutir a possibilidade de descobrir o volume de sólidos irregulares.



<p>Rotação e simetria rotacional</p> <p>Construção de imagens por rotação</p> <p>Rosáceas</p>	<p>Construir as imagens de um ponto por rotação, com um centro fixo e diferentes ângulos, e reconhecer que todas estão contidas numa circunferência cujo centro é o centro de rotação.</p> <p>Construir a imagem de polígonos simples por rotação dado o centro e o ângulo orientado, usando régua, compasso e transferidor.</p> <p>Construir as imagens de uma figura, por rotações sucessivas, de modo a formar uma rosácea.</p> <p>Analisar rosáceas e explicar a forma como foram construídas, relacionando o ângulo mínimo de rotação com as características da rosácea.</p>	<p>Propor a construção de imagens de um ponto por rotações de diferentes ângulos, com um mesmo centro, com recurso a AGD, de modo a apoiar a visualização de que os pontos se situam numa circunferência.</p> <p>Propor experiências de construção de rosáceas, em pares, com recurso a AGD, valorizando a criatividade dos alunos.</p> <p>Sugerir a realização de um projeto, em colaboração com a Educação Visual e a História, sobre a presença de rosáceas em monumentos ou outros elementos presentes no quotidiano [Exemplo: Logótipos de marcas], evidenciando a importância da Matemática na construção do mundo que nos rodeia.</p>	<p>C, D, E, F, H, I</p>
--	---	--	-------------------------

Versão disney são pública