



9.º ANO | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO

Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em rápida mudança, impulsionado por inovações tecnológicas. O desenvolvimento da literacia matemática, que a OCDE define como a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e formular, empregar e interpretar a Matemática

para resolver problemas numa variedade de contextos do mundo real, é crucial para que uma pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, a *universalidade* é um princípio essencial para a aprendizagem da Matemática que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, propondo abordagens adequadas às suas idades e, simultaneamente, com elevado nível de desafio cognitivo, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que todos podem ser sujeitos de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos**, conceitos, procedimentos e métodos, dos domínios dos **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de ter acesso a estes conhecimentos e reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades têm para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática e todos os alunos devem ter oportunidade de se tornarem, progressivamente, mais eficazes a resolver problemas.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreenderem o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver a capacidade de **pensamento computacional**, forma de pensar que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a

abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.

6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilharem e discutirem as suas ideias matemáticas, em processos de colocação e resposta a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, por forma a conseguirem diversificar as opções para sustentar o raciocínio e a comunicação matemática, e também a se apropriarem da informação a que podem ter acesso por canais, formatos e representações em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.
8. Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos domínios da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em vários campos ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

O que aprender de Matemática?

Este documento curricular considera como conteúdos de aprendizagem um conjunto de **capacidades matemáticas e de conhecimentos matemáticos**, relativos a diversos domínios que se revelam essenciais como ferramentas numa Matemática do século XXI.

Capacidades matemáticas

Resolução de problemas
Raciocínio matemático
Pensamento computacional
Comunicação matemática
Representações matemáticas
Conexões matemáticas

Conhecimentos matemáticos

Números – Quantidade
Álgebra – Variação e relações
Dados e Probabilidades – Dados e
Incerteza
Geometria – Espaço e forma

As **capacidades matemáticas** são valorizadas em cada ano de escolaridade como um conteúdo de aprendizagem, assumindo objetivos específicos próprios que detalham os objetivos gerais focados relativamente a estas capacidades. No entanto, são também explicitamente referidas nos objetivos de aprendizagem dos domínios de conhecimento matemático, quando oferecem oportunidade de dar intencionalidade ou acrescentar profundidade e riqueza às aprendizagens dos alunos.

Os domínios de **conhecimento matemático** são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. Sobre cada um, o documento curricular foca a ênfase mais relevante a explorar:

Números: Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, relacionando-os com a forma como são usados no dia a dia, e usem o conhecimento dos números e das operações para resolver problemas matemáticos que envolvam **quantidade** em contextos diversos, em especial do mundo real. Destaca-se a importância do **cálculo mental**, bem como de saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados.

Álgebra: Importa que os alunos desenvolvam uma compreensão da **variação** em situações diversas, sejam capazes de identificar **relações** matemáticas, de expressar a generalidade por representações adequadas e de usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões. Destaca-se a importância de desenvolver o **pensamento algébrico** desde o 1.º ciclo, com ênfase numa abordagem de aritmética generalizada.

Dados e Probabilidades: Importa que os alunos sejam capazes de usar **dados** para produzir informação para conhecer o que os rodeia, lidar com a **incerteza**, fundamentar decisões e colocar novas questões. É importante que os alunos tenham oportunidade de realizar regularmente o estudo de situações concretas reais de interesse, implicando-se na formulação de questões, recolha e análise de dados e divulgação de conclusões. Interessa igualmente que os alunos tenham oportunidade de conhecer e refletir sobre o que envolve o trabalho com dados nos seus múltiplos aspetos, sem necessidade de recolher os próprios dados, e analisar criticamente estudos realizados por outros e divulgados nos *media*. Destaca-se a valorização do desenvolvimento da **literacia estatística** e do **raciocínio probabilístico** desde os primeiros anos.

Geometria: Importa que os alunos desenvolvam o **raciocínio espacial**, com ênfase na visualização e na orientação espacial, essenciais para a compreensão do **espaço** em que se movem, e conheçam e operem com figuras no plano e no espaço, estabelecendo relações espaciais e reconhecendo a sua relevância na criação e construção de objetos de contextos diversos. Os alunos devem também poder comparar, estimar e determinar medidas em vários contextos e, relativamente ao dinheiro, abordar a literacia financeira.

Reforçando a articulação com o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, este documento curricular elege algumas **capacidades e atitudes transversais** que mais diretamente se relacionam com a Matemática. Elas contribuem para uma educação matemática mais articulada com a educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. Estas capacidades e atitudes transversais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, em todos os domínios de conteúdo.

Capacidades transversais

Pensamento crítico
Criatividade
Colaboração
Autorregulação

Atitudes transversais

Autoconfiança
Perseverança
Autonomia
Valorização do papel da Matemática

Como aprender Matemática?

Os alunos aprendem Matemática fundamentalmente a partir das oportunidades que os professores lhes proporcionam. Este documento curricular valoriza um conjunto de orientações metodológicas, a explorar pelos professores, que favorecem o alcançar dos objetivos de aprendizagem pelos alunos:

- **Papel do aluno:** Implicar os alunos no processo de aprendizagem, segundo uma abordagem dialógica, é fundamental na promoção do sucesso em Matemática. Proporcionar o exercício da sua agência e autonomia é essencial para a autorregulação da capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula:** É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes transversais, que devem estar presentes na abordagem e exploração de cada tarefa, em qualquer área de conteúdo.
- **Tarefas:** A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Este documento curricular preconiza o uso de tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, e destaca as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a vida real, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Articulação de conteúdos:** Este documento curricular destaca a importância de mobilizar, sempre que oportuno, conhecimentos de diferentes domínios na abordagem de uma mesma situação/tarefa. Esta estratégia permite rentabilizar as explorações matemáticas associadas a uma situação/tarefa, e dar relevo às conexões internas da Matemática. Só assim, o aluno pode desenvolver uma visão integrada, e não compartimentada, do saber e da sua relação com o mundo em que vive.
- **Modos de trabalho:** As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma

independente do professor, individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

- **Recursos/tecnologia:** A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspetivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma significativa para as aprendizagens dos alunos;
- o foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, estabelece de forma inequívoca o que é realmente importante saber, correndo-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito.

Não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, pelo que importa diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas

capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística.

Para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de **autorregulação**.

Como é que este documento apoia o trabalho do professor que ensina Matemática?

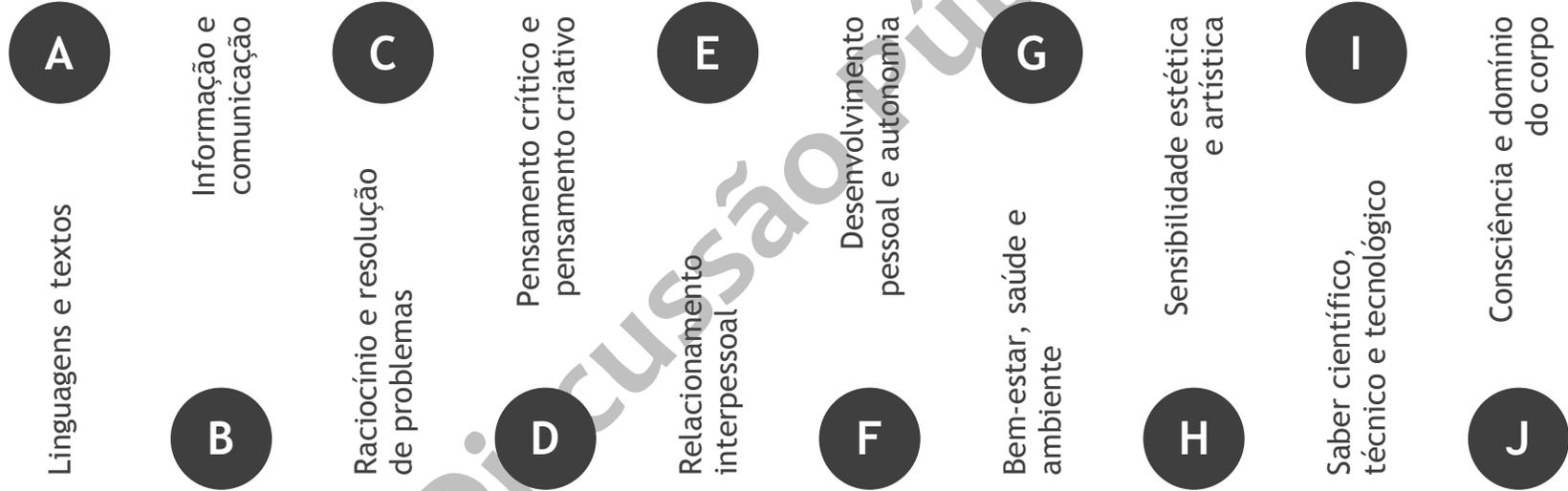
O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos. O trabalho que realiza vai necessariamente determinar o que aprendem e como aprendem, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato das Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

1. **Temas e tópicos matemáticos:** Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial;
2. **Objetivos de aprendizagem – conhecimentos, capacidades e atitudes:** Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico matemático, incidindo nos conhecimentos e nas capacidades matemáticos definidos neste documento curricular;
3. **Ações estratégicas de ensino do professor:** Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conteúdos matemáticos e também às capacidades e atitudes transversais ancoradas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas a que diz respeito;
4. **Áreas de competências do Perfil dos Alunos:** Indica as áreas de competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos seus contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula.

ÁREAS DE
COMPETÊNCIAS
DO PERFIL DOS
ALUNOS (ACPA)



OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

| TEMAS, Tópicos e Subtópicos | OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes | AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR | Áreas de Competência do Perfil dos Alunos |
|---|---|---|---|
| <p>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</p> <p>Resolução de problemas</p> <p>Processo</p> <p>Estratégias</p> | <p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p> <p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p> | <p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes.</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p> <p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p> | <p>C, D, E, F, I</p> |

| | | | |
|---------------------------------|--|---|------------------|
| Raciocínio matemático | <p>Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p> | <p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjecturar, generalizar e justificar [Exemplo: Será que o produto de duas frações positivas é sempre maior do que cada um dos fatores? Justifica a tua resposta. Sendo n um número natural, será que n^2+n+17 é sempre um número primo? Justifica a tua resposta].</p> <p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p> | A, C, D, E, F, I |
| Conjeturar e generalizar | | | |
| Classificar | <p>Classificar objetos atendendo às suas características.</p> | <p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas.</p> | |
| Justificar | <p>Distinguir entre testar e validar uma conjectura.</p> <p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p> | <p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjectura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p> | |
| Pensamento computacional | | | C, D, E, F, I |
| Abstração | <p>Extrair a informação essencial de uma tarefa de</p> | <p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante em detrimento de detalhes</p> | |

| | | | |
|---------------------------|---|---|------------|
| | modo a reduzir a sua complexidade e facilitar a estruturação da sua resolução. | desnecessários e identificando princípios que possam ser aplicados noutros problemas similares. | |
| Decomposição | Estruturar tarefas por etapas menos complexas e mais fáceis de gerir. | Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decompor a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade. | |
| Reconhecimento de padrões | Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes. | Incentivar a identificação de padrões durante a resolução de problemas, solicitando que os alunos os descrevam e realizem previsões com base nos padrões identificados. | |
| Algoritmia | Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema dado, nomeadamente recorrendo à tecnologia. | Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos. | |
| Depuração | Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada. | Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança. | |
| Comunicação matemática | | | A, C, E, F |
| Expressão de ideias | Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e | Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, | |

| | | | |
|-----------------------------------|--|---|-------------------------|
| | <p>processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> | <p>questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.</p> <p>Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?].</p> | |
| <p>Discussão de ideias</p> | <p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.</p> | <p>Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p> | |
| <p>Representações matemáticas</p> | | | <p>A, C, D, E, F, I</p> |
| <p>Representações múltiplas</p> | <p>Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.</p> <p>Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial</p> | <p>Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.</p> <p>Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.</p> <p>Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir</p> | |

Conexões entre representações

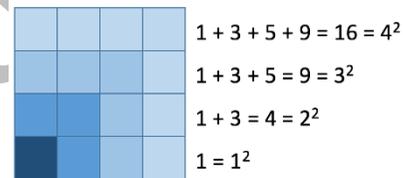
linguagem verbal e diagramas.

sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes, valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia [Exemplos: Valorizar o papel dos diagramas para evidenciar as relações e estrutura matemática de um problema; Valorizar as tabelas para organizar e sistematizar casos particulares em busca de uma regularidade].

Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].

Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.

Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência dos números quadrados permite compreender porque resultam de adições dos números ímpares consecutivos, valorizando o sentido crítico dos alunos e o trabalho de alunos que ainda não revelem um nível suficiente de autoconfiança].



Linguagem simbólica matemática

Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.

Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática.

Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica.

| | | | |
|------------------------------------|---|---|----------------------|
| <p>Conexões matemáticas</p> | | | <p>C, D, E, F, H</p> |
| <p>Conexões internas</p> | <p>Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.</p> | <p>Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as conexões [Exemplo: No exemplo acima, evidenciar as conexões internas pela explicitação das relações entre os números e os quadrados].</p> | |
| <p>Conexões externas</p> | <p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).</p> | <p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Alunos que façam dança, poderão ver interesse em marcar o chão, para definir posições de referência dos bailarinos em determinadas coreografias, resultando as marcações como um modelo matemático].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p> | |
| <p>Modelos matemáticos</p> | <p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p> | <p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: Existem máquinas de recolha de garrafas de plástico que convertem o valor que atribuem aos depósitos, em doações a instituições de solidariedade social ou sem fins lucrativos. Estudar a quantidade de garrafas necessárias para perfazer um dado montante, tendo em conta os valores reais que a máquina atribui a garrafas com diferentes capacidades].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros. [Exemplo: Convidar os alunos a observar fachadas de edifícios comuns, identificar como a Matemática foi usada nessa construção, e incentivá-los a propor novas fachadas renovadas].</p> | |

| TEMAS, Tópicos e Subtópicos | OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes | AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR | Áreas de Competências do Perfil dos Alunos |
|---|---|--|--|
| <p>NÚMEROS</p> <p>Números reais</p> <p>Número real e reta real</p> | <p>Reconhecer a existência de pontos da reta numérica que não representam números racionais e reconhecer que cada um deles, quando à direita do zero, representa o número irracional positivo igual à distância do ponto a zero.</p> <p>Conhecer um número irracional como um número que pode ser representado por uma dízima infinita não periódica.</p> <p>Fazer corresponder a cada ponto da reta numérica um número real e vice-versa, estabelecendo conexões entre temas matemáticos.</p> <p>Conjeturar, generalizar e justificar propriedades de números reais.</p> <p>Ouvir os outros e discutir as ideias de forma fundamentada, contrapondo argumentos sobre a razoabilidade de arredondamentos.</p> | <p>Informar que $\sqrt{2}$ e π não são números racionais e identificá-los como dízimas infinitas não periódicas.</p> <p>Promover a análise da representação decimal de frações com período “grande” (por exemplo $1/17$) e confrontar com a representação decimal de dízimas infinitas não periódicas.</p> <p>Incentivar a representação de números reais na reta real, a pares, com aproximações apropriadas aos contextos, e através de construções geométricas, nomeadamente com ambientes de geometria dinâmica (AGD), estabelecendo conexões com o Teorema de Pitágoras.</p> <p>Promover a identificação de regularidades em algumas dízimas finitas e, para cada uma delas, a descrição de uma lei de formação de uma dízima infinita, justificando que não é periódica, favorecendo a compreensão dos alunos [Exemplo: 0, 2 4 6 8 10 12; 0, 1 10 100 1000].</p> <p>Propor tarefas que permitam diferenciar num conjunto de números racionais os que são representados por dízimas infinitas [Exemplo: “A fração $1/25$ pode ser representada por uma dízima finita e a fração $1/3$ dá origem a uma dízima infinita. Indica outras frações da forma $1/n$ que correspondem a dízimas finitas. Que frações dão origem a dízimas infinitas? Apresenta as tuas conjeturas”]. O recurso à calculadora deve ser incentivado.</p> | <p>B, C, E, F, I</p> |

Operações

Adicionar, subtrair e multiplicar números reais quando representados na reta real.

Reconhecer que as propriedades das operações em IQ se mantêm em IR e aplicá-las na simplificação de expressões.

Relações de “ \leq ” e “ \geq ” em IR

Comparar e ordenar números reais, usando os símbolos “ $<$ ”, “ \leq ”, “ $>$ ” ou “ \geq ”.

Determinar valores aproximados por defeito ou por excesso da soma e do produto de números reais, conhecidos valores aproximados por defeito ou por excesso das parcelas e dos fatores.

Trabalhar com valores aproximados e analisar o erro associado a cada arredondamento, apresentando e explicando ideias e raciocínios.

Identificar, descrever e representar na reta real intervalos de números reais.

Estabelecer relações entre intervalos ou uniões de intervalos, usando os símbolos \subset , \supset e $=$.

Identificar, descrever e representar na reta real a interseção e a reunião de intervalos de números reais.

Representar e identificar a interseção e a reunião de conjuntos vários na reta real.

Promover a identificação das propriedades das operações em IR e aplicá-las na simplificação de expressões [Exemplo: Simplifique as seguintes expressões $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$; $4\pi - (1 + \pi)$; $\sqrt{2^2 \times 3}(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})$].

Estimular o recurso à representação na reta e à representação decimal para comparar e ordenar números reais.

Providenciar oportunidades para aplicação e reconhecimento da transitividade das relações “ $<$ ” e “ $>$ ” [Exemplo: Identifique quais dos números a, b e c pertencem ao intervalo [1,5] sabendo que $1 < a < 3$, $a < b < 5$, $b + 4 < c$].

Fomentar o uso de instrumentos de medida e o reconhecimento da margem de erro de cada medição associada ao instrumento usado e relacionar com o erro produzido nos resultados das operações [Exemplo: Escolher dois ou três valores aproximados de $\sqrt{2}$ e, para cada um deles, determinar o valor de $(\sqrt{2})^n$ e de $\sqrt{2^n}$, para $n=1,2,3,4,5,6$. Promover a apresentação e discussão de conclusões dos vários grupos de trabalho].

Fomentar o uso de instrumentos de medida e o reconhecimento da margem de erro de cada medição associada ao instrumento usado [Exemplo: Medir, a pares, o tempo de queda de um objeto usando diferentes cronómetros atendendo à incerteza de leitura e ao número adequado de algarismos significativos].

Questionar sobre o erro associado a cada arredondamento e solicitar razões sobre a razoabilidade do arredondamento a utilizar em cada situação concreta, e promover o seu confronto entre os alunos. Solicitar razões explicativas, encorajando, na exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e desenvolvendo a sua autoconfiança.

Promover a comparação de números irracionais com números racionais através da estimação ou enquadramento, e recorrendo à representação decimal [Exemplo: $3,14 < \pi < 3,15$].

Promover o reconhecimento de que entre dois números existe sempre um número racional. [Exemplo: Indica um número que esteja compreendido entre 7,45 e 7,46. A partir da resposta do aluno, solicitar um novo enquadramento, aumentando uma casa decimal].

Criar oportunidade para os alunos reconhecerem que os intervalos (de extremos diferentes) são conjuntos infinitos de números reais e que há conjuntos infinitos, diferentes dos conjuntos de números já estudados (IN, IZ, IQ, IR), que não são intervalos de números.

Introduzir progressivamente os conceitos da teoria de conjuntos e respetiva notação para representar relações envolvendo intervalos de números reais

[Exemplo: $\pi \in [0,5]$; $\{\sqrt{3}\} \subset] - 1,2[$; $]2,3[\cap [1,2[= \emptyset$].

Versão Discussão

| TEMAS, Tópicos e Subtópicos | OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes | AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR | Áreas de Competências do Perfil dos Alunos |
|---|--|--|--|
| <p>ÁLGEBRA</p> <p>Expressões algébricas</p> <p>Multiplicação e divisão de potências de monómios e expoente natural</p> <p>Casos notáveis da multiplicação de binómios</p> <p>Decomposição de polinómios em fatores</p> | <p>Dividir monómios, reconhecer e aplicar as regras da multiplicação e da divisão de potências de monómios e expoente natural.</p> <p>Simplificar expressões algébricas, com uma ou duas variáveis, aplicando as regras operatórias de potências de monómios.</p> <p>Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição de monómios.</p> <p>Reconhecer os casos notáveis da multiplicação de binómios e usá-los na simplificação e fatorização de polinómios.</p> <p>Fatorizar polinómios recorrendo à propriedade distributiva.</p> <p>Formular casos notáveis a partir de conhecimentos prévios relativos a operações com polinómios.</p> | <p>Proporcionar aos alunos a aplicação da propriedade distributiva, quer para fatorizar polinómios pondo em evidência um monómio, quer para escrever o produto de um monómio por um polinómio como soma de monómios.</p> <p>Propor a dedução dos casos notáveis da multiplicação de binómios a partir das operações com polinómios já trabalhadas [Exemplo: Questionar os alunos sobre o que lhes parece que será igual o desenvolvimento do quadrado da soma de dois monómios. Caso surjam erros, discuti-los, incentivando a capacidade de autorregulação dos alunos. Propor a dedução do caso notável em estudo].</p> <p>Promover a interpretação geométrica dos casos notáveis da multiplicação de binómios e a sua aplicação [Exemplo: Propor o estudo da sucessão de termo geral $n^2 - 1$, reconhecendo o caso notável e interpretando geometricamente a relação ordem-termo. Promover a comparação de conclusões e justificações. As figuras sugerem duas formas de atribuir significado geométrico aos termos da sucessão.</p> | <p>C, E, F</p> |

Equações do 2.º grau a uma incógnita

Resolução de equações de 2.º grau

Reconhecer equações do 2.º grau a uma incógnita.

Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma equação do 2.º grau e vice-versa.

Conhecer e aplicar a lei do anulamento do produto.

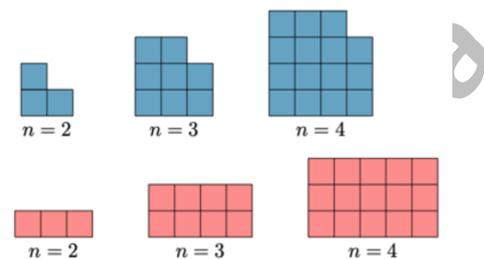
Analisar resoluções de equações do 2.º grau incompletas, feitas por si e por outros.

Descrever, questionar e argumentar resoluções de equações do 2.º grau.

Resolver equações do 2.º grau completas com recurso a casos notáveis, em situações de reconhecimento imediato do caso notável.

Reconhecer equações possíveis determinadas e impossíveis.

Resolver problemas que envolvam equações do 2.º grau, em diversos contextos.



Revisitar o significado de solução de uma equação e recordar a classificação das equações em função da existência de soluções.

Propor a resolução de equações do 2.º grau incompletas, por aplicação da lei do anulamento do produto [Exemplo: Propor o problema “Qual o número cujo triplo do seu quadrado é igual ao seu quádruplo?” em que a estratégia conhecida pelos alunos, de tentativa e erro, dificilmente os ajudará a resolvê-lo].

Propor a resolução de problemas cuja solução seja um número inteiro e que impliquem a resolução numérica de equações de 2º grau que os alunos ainda não saibam resolver (recorrendo à folha de cálculo) para resolver problemas em que a solução seja um número inteiro [Exemplo: A diferença entre o quadrado de um número e o seu quádruplo é 621. Qual é esse número?].

Incentivar a revisitação do conceito de solução de uma equação fazendo a sua verificação algébrica [Exemplo: Dados os valores -2, -1, 0, 1 e 2 verificar se são soluções da equação $x^2 + x = 0$].

Orientar os alunos, a partir das propriedades da multiplicação, em particular a existência de elemento absorvente, a estabelecer a lei do anulamento do produto.

Solicitar, a pares ou em grupo, a análise de resoluções de equações do 2.º grau incompletas com a aplicação correta e incorreta da lei

C, D, E, F, I

Funções

Funções quadráticas da forma

$$f(x) = ax^2, \\ a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Apresentar e explicar ideias e raciocínios aos outros, discutindo de forma fundamentada e contrapondo argumentos.

Reconhecer que a expressão algébrica de uma função quadrática é um polinómio do 2.º grau.

Identificar as características do gráfico da família de funções do tipo $f(x) = ax^2$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Identificar as diferenças entre o gráfico de uma função quadrática e de uma função afim.

Reconhecer funções quadráticas no mundo real.

do anulamento do produto, promovendo o sentido crítico e a capacidade de autorregulação. Concluir a tarefa levando os alunos a comunicar e a discutir as análises feitas.

Propor a resolução de equações completas, em que o reconhecimento do caso notável envolvido é quase evidente

[Exemplo: $(x - \frac{1}{2})^2 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$; $x^2 + bx + c = 0$ ou $x^2 - bx + c = 0$, com $b = 2n$, para n número natural e $c = n^2 + 1$ ou $c = n^2 - 1$].

Incentivar a criação de um algoritmo para encontrar as soluções de equações da forma $ax^2 + bx = 0$, a partir dos valores de a e b , promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional, através da criação de um programa num ambiente de programação visual [Exemplo: *Scratch*].

Propor a resolução de equações incompletas do 2.º grau sem solução, com uma solução única ou com duas soluções que levem os alunos a identificar as características das equações de cada um destes tipos, desenvolvendo o seu sentido crítico.

Representar graficamente funções do tipo $f(x) = ax^2$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, recorrendo à tecnologia que permita observar os efeitos da variação do parâmetro.

Entre um conjunto de gráficos fornecidos, identificar, a pares, quais os que representam funções e entre estes os que representam funções quadráticas da forma considerada e funções afins, promovendo a compreensão das diferenças entre essas funções e desenvolvendo o sentido crítico.

Propor a modelação de funções quadráticas recorrendo a imagens com parábolas em AGD, evidenciando a relevância da Matemática na criação e construção do mundo que nos rodeia [Exemplo: Fotos de jatos de água; construções do arquiteto Santiago Calatrava].

A, C, D, E, F, H, I

| | | | |
|---|---|---|----------------------|
| <p>Função de proporcionalidade inversa</p> | <p>Identificar grandezas inversamente proporcionais e calcular a constante de proporcionalidade.</p> <p>Representar e reconhecer uma função de proporcionalidade inversa através de representações múltiplas e estabelecer conexões entre estas.</p> <p>Resolver problemas com recurso a funções de proporcionalidade inversa.</p> <p>Interpretar e modelar situações de outras áreas do saber e da vida real que envolvam a proporcionalidade inversa.</p> | <p>Propor problemas que relacionem grandezas inversamente proporcionais e confrontar com outros tipos de variação, levando os alunos a identificar as características da proporcionalidade inversa.</p> <p>Fomentar a representação da mesma função sobre diferentes formas (expressão algébrica, gráfico e tabela), tirando partido de um AGD.</p> <p>Resolver problemas usando a proporcionalidade inversa e que envolvam o cálculo da velocidade e da densidade, em contextos de colaboração com o docente da disciplina de Físico-Química.</p> <p>Dinamizar atividades de modelação, com a recolha de dados por grupos de alunos com vista à criação de um modelo de proporcionalidade inversa, promovendo a perseverança na atividade matemática [Exemplo: Observar uma fita métrica a uma distância fixa com canudos de igual diâmetro e diferentes comprimentos e relacionar o comprimento observado na fita com o do canudo].</p> | |
| <p>Inequações</p> | | | <p>C, D, E, F, I</p> |
| <p>Inequações do 1.º grau a uma incógnita</p> | <p>Reconhecer inequações do 1.º grau a uma incógnita.</p> <p>Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma inequação do 1.º grau a uma incógnita e vice-versa.</p> | <p>Propor a análise de situações que podem ser traduzidas por desigualdades com o objetivo de levar os alunos a concluírem que a monotonia da multiplicação não é extensível à multiplicação por uma constante negativa.</p> | |
| <p>Resolução de inequações</p> | <p>Resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita.</p> <p>Resolver problemas que possam ser formulados através de inequações.</p> | <p>Apresentar um conjunto de números e pedir aos alunos que averiguem se entre eles existem soluções de uma dada inequação, desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Dar um conjunto de números e pedir exemplos de inequações que os admitam como soluções e exemplos de inequações sem soluções no conjunto dado.</p> <p>Incentivar a representação geométrica das soluções de uma inequação e verificar se alguns valores particulares pertencem ao</p> | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | <p>conjunto-solução.</p> <p>Resolver inequações em contextos/problemas que impliquem a “exclusão” de uma parte das soluções [Exemplo: Determinar para que valores de x, os triângulos de lados x, $x - 1$ e $x - 2$ têm perímetro inferior a 5].</p> | |
|--|--|--|--|

Versão Discussão Pública

| TEMAS, Tópicos e Subtópicos | OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes | AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR | Áreas de Competências do Perfil dos Alunos |
|--|---|--|--|
| <p>DADOS</p> <p>Planeamento do estudo, recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p> <p>Fonte e métodos de recolha de dados</p> | <p>Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas.</p> <p>Definir quais os dados a recolher, selecionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha.</p> | <p>Suscitar questionamentos concretos por parte dos alunos que façam emergir questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas. Discutir a adequabilidade das questões a estudar de modo a que seja possível ter informação sobre o que se quer saber, promovendo o reconhecimento da utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade.</p> <p>Valorizar questões sobre assuntos relacionados com temas que vão ao encontro dos interesses dos alunos ou que possam ser integrados com domínios de saber do currículo do 9.º ano, evidenciando importância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber e também inspirar a curiosidade e incitar à descoberta. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s) do plano de estudos dos alunos, poder-se-á considerar um trabalho de projeto.</p> <p>Favorecer que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem na produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos.</p> <p>Discutir, com toda a turma, a formulação das questões com o objetivo de antecipar dificuldades de tratamento contínuo dos dados a recolher.</p> <p>Solicitar a recolha de dados com recurso a fontes primárias e/ou a fontes secundárias [Exemplo: Pordata, INE, ALEA].</p> <p>Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma</p> | <p>A, B, C, D, E, F, I</p> |

| | | | |
|--|--|--|--|
| <p>Agrupamento de dados contínuos em classes</p> | <p>Construir classes de dados contínuos ou trabalhar a partir de dados contínuos agrupados em classes.</p> | <p>recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obter os dados.</p> <p>Avaliar eventuais consequências de optar por auto-respostas, respostas públicas ou privadas na obtenção dos dados, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Valorizar propostas idiossincráticas imaginadas por alunos para a recolha de dados, e discutir com toda a turma a sua adequação e eficácia, valorizando o espírito de iniciativa e autonomia.</p> <p>Promover a análise de situações que envolvam dados contínuos e proceder ao seu agrupamento em classes de modo a que seja produzida informação fidedigna.</p> <p>Propor o trabalho com dados contínuos agrupados em classes.</p> | |
| <p>Organização de dados</p> | <p>Usar tabelas de frequências para organizar os dados (usar legenda na tabela).</p> | <p>Levar os alunos a criarem formas próprias de registo de dados, incluindo diversos recursos e representações, incentivando a tomada de decisões fundamentadas por argumentos próprios. Discutir com toda a turma a sua adequação, e confirmar que conduzem aos mesmos conjuntos de dados.</p> <p>Conduzir os alunos no sentido de escolherem o modo mais adequado de organizar os dados de modo a que estes tenham uma leitura fácil e comecem a revelar algumas das suas propriedades, incentivando o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Promover a elaboração de tabelas de frequências com dados agrupados em classes e compará-las com tabelas relativas a dados discretos não agrupados em classes.</p> | |
| <p>Limpeza de dados</p> | <p>Limpar dados de gralhas e eliminá-las ou corrigi-las.</p> | <p>Observar o conjunto de dados recolhidos e ordenados e verificar se existem dados inesperados e interrogar sobre a sua plausibilidade ou se podem ser devido a erros de registo. Caso não seja um erro de registo, então avaliar as implicações da sua inclusão no estudo.</p> | |

Representações gráficas

Histograma

Representar dados contínuos agrupados em classes disjuntas na forma de intervalos por meio de um histograma, incluindo fonte, título e legenda.

Reconhecer que o histograma pode ser utilizado para representar dados discretos agrupados em classes.

Reconhecer que o mesmo conjunto de dados pode ser representado por histogramas distintos, em função da construção das classes.

Diagramas de extremos e quartis paralelos

Representar dados através de diagramas de extremos e quartis paralelos, incluindo fonte, título e legenda.

Análise crítica de gráficos

Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar para representar conjuntos de dados, incluindo fonte, título, legenda e escalas e justificar a(s) escolha(s) feita(s).

Analisar e comparar diferentes representações gráficas provenientes de fontes secundárias, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia

Retomar o estudo dos histogramas e aprofundá-lo.

Proporcionar a comparação entre diversos conjuntos de dados, identificar diferenças quanto à sua natureza e as implicações nas representações já estudadas.

Explicitar a necessidade de agrupar os dados em classes definidas por intervalos, clarificando que neste processo se perde detalhe da informação, mas ganha-se eficácia na representação.

A partir do mesmo conjunto de dados, cada grupo de alunos deve utilizar agrupamentos distintos, nomeadamente o limite inferior da primeira classe e a amplitude das classes, na construção de um histograma. A confrontação dos diferentes histogramas obtidos permitirá que os alunos concluam que o mesmo conjunto de dados pode ser representado por diversos histogramas. Caso se recorra ao AGD, cada grupo de alunos pode explorar diferentes agrupamentos. Promover momentos de discussão com toda a turma.

Propor a construção de diagramas de extremos e quartis paralelos, usando tecnologia, e analisá-los.

Propor a cada grupo de alunos que apresente uma representação gráfica apropriada à natureza das variáveis, à informação contida nos dados e ao que se pretende transmitir, com o objetivo da turma distinguir várias representações gráficas, incluindo as trabalhadas anteriormente, e as suas especificidades, incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a seleção da(s) representação(ões) gráfica(s) a usar no estudo estatístico.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma,

A, B, C, D, E, F, I

| | | | |
|----------------------------------|--|---|-------------------|
| | <p>estatística.</p> | <p>encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.</p> <p>Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o seu sentido crítico.</p> <p>Explorar, caso existam, outras representações gráficas inovadoras que melhor consigam “contar”, de forma honesta, a história por detrás dos dados, incluindo sempre a fonte, o título e a legenda, valorizando a criatividade dos alunos e o seu espírito de iniciativa e autonomia.</p> | |
| <p>Análise de dados</p> | | | <p>C, D, E, F</p> |
| <p>Resumo de dados</p> | <p>Interpretar as medidas de localização, de dispersão, e relacioná-los com a representação em histograma e em diagrama de extremos-e-quartis.</p> | <p>Incentivar a análise, através do histograma, do papel das medidas de localização (central e não central) de distribuição e de simetria, na compreensão da distribuição dos dados [Exemplo: Estudar, a pares, a relação entre a forma que se espera obter para o histograma que represente: a) as classificações de um teste muito difícil, de um equilibrado ou de um muito fácil; b) as classificações de turmas com diferentes níveis de heterogeneidade].</p> | |
| <p>Interpretação e conclusão</p> | <p>Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.</p> <p>Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.</p> <p>Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.</p> | <p>A partir da análise das representações gráficas, identificar eventuais valores atípicos, ou que se afastam do padrão geral dos dados (<i>outliers</i>) e interpretar a sua influência em algumas medidas resumo.</p> <p>Estabelecer nos alunos a ideia de que uma análise de dados nunca está completa se tudo o que foi realizado anteriormente não for interpretado e discutido.</p> <p>Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.</p> | |

Comunicação e divulgação do estudo

Público-alvo e recursos para a comunicação oral e escrita

Análise crítica da comunicação

Decidir a quem divulgar o estudo realizado e elaborar diferentes recursos de comunicação de modo a divulgá-lo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.

Divulgar o estudo, contando a história que está por detrás dos dados e levantando questões emergentes para estudos futuros.

Analisar criticamente a comunicação de estudos estatísticos realizados nos media, desenvolvendo a literacia estatística.

Apoiar e acompanhar o desenvolvimento, em grupo, do estudo estatístico, nomeadamente a sua divulgação, reservando momentos de trabalho na sala de aula para este fim.

Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade.

Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um documento de apoio [Exemplo: Escrita de um relatório, elaboração de um poster, criação de um infográfico]. Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada.

Promover a discussão coletiva sobre os elementos indispensáveis a considerar na comunicação, ouvindo as ideias dos alunos e valorizando o espírito de síntese e o rigor para uma boa comunicação.

Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou em outros espaços da escola/agrupamento, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.

Propor a análise, em grupo, de notícias relativas a estudos estatísticos acessíveis que surjam nos media, incentivando a autonomia dos alunos, e suscitar a discussão da história que contam, a identificação de elementos omissos, o levantamento do que deixam por contar.

A, B, E, F, H, I

Probabilidades

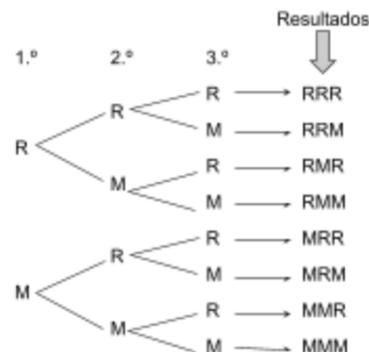
Formas de representar acontecimentos

Representar acontecimentos por meio de diagramas de Venn, de diagramas em árvore e de tabelas.

Promover o recurso a tabelas de dupla entrada para registar os resultados de experiências aleatórias [Exemplo: Soma das pintas obtidas no lançamento de dois dados cúbicos].

| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Apresentar uma experiência aleatória que se realize em cadeia, evidenciando que a representação em diagrama em árvore facilita a descrição dos resultados possíveis [Exemplo: Averiguar, num casal de 3 filhos, a possibilidade de ser rapaz (R) ou menina (M)].



O conjunto de resultados possíveis é

$S = \{RRR, RRM, RMR, RMM, MRR, MRM, MMR, MMM\}$.

A, B, D, E, F

Operações com acontecimentos

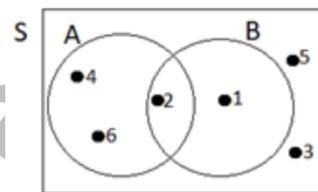
Atribuir significado à união e interseção de acontecimentos.

Reconhecer e dar exemplos de acontecimentos complementares e contrários.

Reconhecer acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos.

Discutir a adequação e vantagens de cada forma de representação, desenvolvendo o sentido crítico.

Exemplificar as operações com acontecimentos através de diagramas de Venn, utilizando terminologia da teoria de conjuntos (U , \cap e \emptyset) [Exemplo: Representar através de diagrama de Venn os resultados associados ao lançamento de um dado, em que o espaço de resultados é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e os acontecimentos A e B , respetivamente associados à “saída de número de pintas par” e à “saída de um número de pintas inferior a 3”].

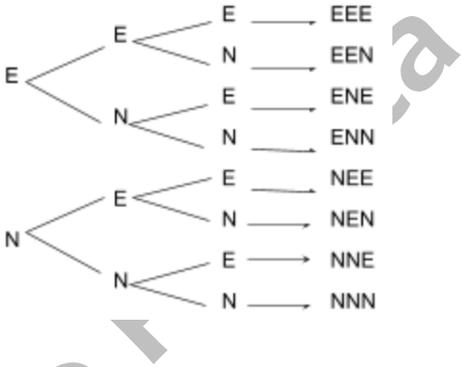


Incentivar os alunos a descreverem por palavras próprias os acontecimentos que correspondem a $A \cup B$, $A \cap B$ e \bar{A} nesta experiência aleatória, bem como a identificar estes acontecimentos no diagrama de Venn].

Regra de Laplace

Calcular probabilidades usando a regra de Laplace, nas situações em que se aplica.

Usar exemplos que satisfaçam a condição de simetria permitindo a utilização da regra de Laplace para calcular a probabilidade de acontecimentos associados [Exemplo: Usando moedas de 1 euro (com face Euro (E) e face Nacional (N)), calcular a probabilidade de obter pelo menos duas faces E quando se lançam três moedas simultaneamente (ou uma única moeda três vezes seguidas). Utilizar uma árvore para representar os resultados, admitindo que as moedas são equilibradas.

| | | | |
|---|---|--|--|
| <p>Probabilidade da união de acontecimentos disjuntos</p> | <p>Calcular a probabilidade da união de acontecimentos disjuntos.</p> |  <p>Ainda com base no mesmo exemplo, incentivar os alunos a formalizarem acontecimentos, associados ao conjunto de resultados possíveis anterior e a calcularem as probabilidades respetivas, utilizando a regra de Laplace, admitindo que existe igual probabilidade de sair face E ou face N.</p> <p>Incentivar, em grupo, a aplicação da Regra de Laplace, em experiências aleatórias diversas em que seja razoável admitir simetria, incentivando a colaboração entre os alunos.</p> <p>Promover o reconhecimento de que a probabilidade da união é igual à soma das probabilidades se os acontecimentos são disjuntos [Exemplo: A partir de uma experiência aleatória, identificar, a pares ou em grupo, acontecimentos em que se verifica esta igualdade e outros em que tal não acontece e por análise dessas situações concluir da relação em causa].</p> | |
|---|---|--|--|

| TEMAS, Tópicos e Subtópicos | OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes | AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR | Áreas de Competências do Perfil dos Alunos |
|---|---|---|--|
| <p>GEOMETRIA</p> <p>Circunferência</p> <p>Ângulo ao centro e ângulo inscrito</p> | <p>Reconhecer ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência.</p> <p>Relacionar a amplitude de um ângulo ao centro com a do arco e com a medida da corda correspondente.</p> <p>Relacionar a amplitude de um ângulo inscrito com a do arco associado.</p> <p>Relacionar a amplitude de um ângulo inscrito com a do ângulo ao centro com o mesmo arco associado.</p> <p>Reconhecer a tangente à circunferência como a perpendicular ao raio da circunferência no ponto de tangência.</p> <p>Resolver problemas aplicando as relações estudadas.</p> <p>Apresentar, discutir e contrapor, de forma fundamentada, relações entre ângulos, arcos e cordas.</p> <p>Raciocinar matematicamente, relacionando a classificação de quadriláteros e quadriláteros que se inscrevem numa circunferência.</p> | <p>Promover a exploração, a pares, de relações entre ângulos, arcos e cordas com recurso a AGD, seguida da confrontação e discussão de resultados. Estimular a explicação e discussão de estratégias, valorizando ideias propostas pelos alunos e promovendo a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Propor problemas que levam ao reconhecimento de propriedades [Exemplo: “Construir um triângulo retângulo, conhecida a sua hipotenusa. O triângulo que construiu é único? Porquê?”].</p> <p>Propor problemas que incentivem a formulação de conjeturas, generalizações e justificações entre a classificação de quadriláteros e quadriláteros que se inscrevem numa circunferência [Exemplo: “Qual a propriedade dos quadriláteros que se podem inscrever numa circunferência?”].</p> | <p>B, C, E, F, I</p> |

| | | | |
|---|--|---|----------------------|
| <p>Construções e lugares geométricos</p> | <p>Identificar circunferência, círculo, bissetriz de um ângulo e mediatriz de segmento como lugares geométricos.</p> <p>Construir polígonos regulares inscritos numa circunferência relacionando os lados com os arcos e respetivos ângulos ao centro.</p> <p>Realizar construções em AGD que mobilizem lugares geométricos, polígonos regulares, relações entre ângulos e isometrias, estabelecendo conexões entre diferentes tópicos abordados em geometria plana.</p> | <p>Propor a construção de diferentes polígonos estrelados usando mais do que uma estratégia de construção, promovendo a criatividade e o desenvolvimento do pensamento computacional [Exemplo: AGD ou em ambientes de programação visual, ou dobragens e cortes].</p> <p>Encorajar a construção, em grupo, de pavimentações regulares e arquimedianas e de modelos geométricos de figuras do quotidiano, desenvolvendo a criatividade e espírito de iniciativa e evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Logotipos, elementos arquitetónicos como rosáceas].</p> | <p>D, E, F, I</p> |
| <p>Trigonometria no triângulo retângulo</p> <p>Razões trigonométricas</p> | <p>Identificar o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo.</p> <p>Distinguir as razões trigonométricas através da confrontação de situações simples.</p> <p>Resolver problemas utilizando razões trigonométricas.</p> | <p>Promover a identificação das razões trigonométricas em triângulos retângulos semelhantes tirando partido da conexão com a semelhança de triângulos.</p> <p>Propor a análise de situações simples que permitam distinguir as razões trigonométricas em presença.</p> <p>Promover um trabalho de projeto, em grupo, que implique a saída do espaço de sala de aula e permita estudar problemas da vida real que deem sentido ao recurso às razões trigonométricas, evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Determinar a largura de um rio, estimando o seu valor, determiná-lo com recurso a medições de comprimentos e ângulos e confrontar com a medida em mapas digitais].</p> | <p>C, D, E, F, I</p> |